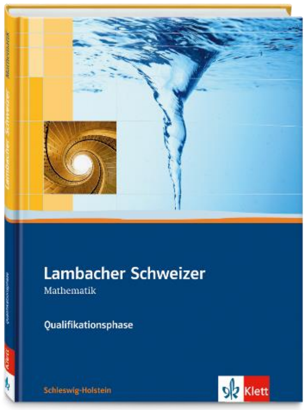

Für den Grundkurs in Schleswig-Holstein angepasster Einstieg zu Kapitel VI, Lerneinheit 2

Lambacher Schweizer Qualifikationsphase Schleswig-Holstein, ISBN: 978-3-12-735901-5

Charakteristische Punkte von Funktionenscharen

Eine Funktion mit Parameter wie zum Beispiel f_t mit $f_t(\mathrm{x}) = \mathrm{e}^{-\mathrm{x}}(\mathrm{x}+\mathrm{t})^2$, $t \in \mathbb{R}$ nennt man auch Funktionenschar. Für jede Zahl, die man für t einsetzt, erhält man eine Funktion. Wenn man $t = 0$ einsetzt erhält man die Funktion f_0 mit $f_0(x) = e^{-x}x^2$. Wenn man für t die Werte 1 oder 1,5 oder 2 oder 2,5 einsetzt erhält man die Funktionen f_1, $f_{1,5}$, f_2 und $f_{2,5}$:

$t = 1$: $f_1(x) = e^{-x}(x+1)^2$
$t = 1,5$: $f_{1,5}(x) = e^{-x}(x+1,5)^2$
$t = 2$: $f_2(x) = e^{-x}(x+2)^2$
$t = 2,5$: $f_{2,5}(x) = e^{-x}(x+2,5)^2$

Unten sind die Graphen dieser Funktionen dargestellt.
Man kann alle Funktionen der Funktionenschar gleichzeitig untersuchen, indem man den Parameter wie eine Zahl behandelt. Man kann zum Beispiel die Nullstellen der Funktionenschar f_t bestimmen, indem man die Gleichung $\mathrm{e}^{-\mathrm{x}}(\mathrm{x}+\mathrm{t})^2 = 0$ nach x auflöst. Man erhält die Nullstelle $x = -t$ abhängig von t.
Um die Hochpunkte der Funktionenschar f_t zu berechnen, kann man zuerst die Lösungen der Gleichung $f_t'(x) = 0$ berechnen und bekommt: $x = -t$ oder $x = -t + 2$. Für jede Zahl t gilt $f_t''(-t) = 2 > 0$ und $f_t''(-t+2) = -2 < 0$. Deshalb hat für jede Zahl t die Funktion f_t den Hochpunkt $H_t\big(-t+2\big|f_t(-t+2)\big) = H_t(-t+2|e^{-x}(x-t+2)^2)$.

t	2,5	2	1,5	1	0
H_t	(-0,5|6,59)	(0|4)	(0,5|2,43)	(1|1,47)	(2|0,54)

Autor: Jonathan Wilhelm