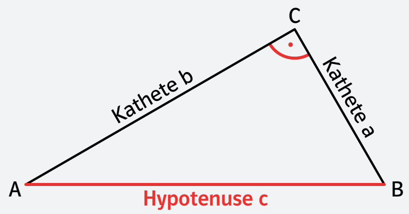
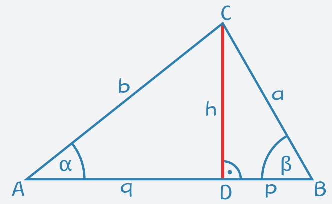
Rückblick

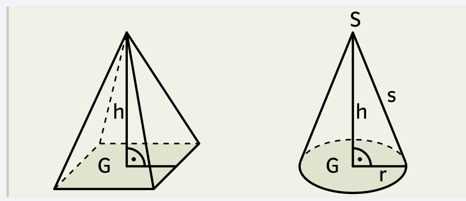
Der Satz des Pythagoras
Im rechtwinkligen Dreieck ist der Flächeninhalt des Quadrats über der Hypotenuse c gleich der Summe der Flächeninhalte der Quadrate über den beiden Katheten a und b.
Es gilt: $a^2 + b^2 = c^2$.
Es gilt auch die Umkehrung des Satzes: Wenn in einem Dreieck die Beziehung $a^2 + b^2 = c^2$ gilt, dann ist es rechtwinklig.

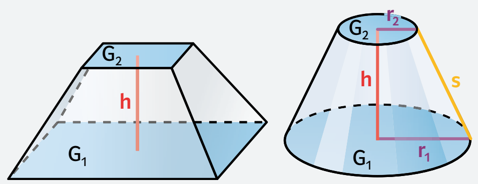


Höhen- und Kathetensatz
Wenn ein Dreieck mit den Katheten a und b, der Hypotenuse c, den Hypotenusenabschnitten p und q und der Höhe h auf der Seite c rechtwinklig ist, dann gilt:
$h^2 = p \cdot q$ (Höhensatz)
$a^2 = c \cdot p$ bzw. $b^2 = c \cdot q$ (Kathetensatz)



Pyramiden und Kegel
Für das Volumen V von Pyramiden und Kegeln mit der Grundfläche G und der Höhe h gilt:
$V = \frac{1}{3}G \cdot h$
Für die Mantelfläche M von Kegeln mit Mantellinie s und Radius r gilt:
$M = \pi \cdot r \cdot s$
Für das Volumen von senkrechten Zylinder- oder Kegelstümpfen mit den zueinander parallelen Grundflächen G_1 und G_2 gilt:
$V = \frac{1}{3}h\left(G_1 + \sqrt{G_1 \cdot G_2} + G_2\right)$

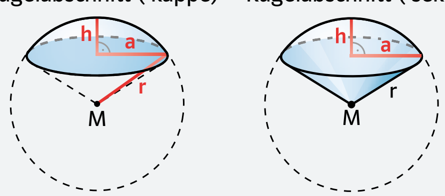




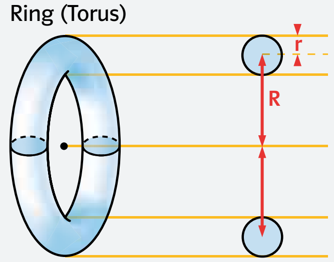
Volumina und Oberflächeninhalte weiterer Körper

Kugel:	$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$	$O = 4\pi \cdot r^2$
Kugelabschnitt:	$V = \frac{1}{3}\pi \cdot h^2 \cdot (3r - h)$ $= \frac{1}{6}\pi \cdot h \cdot (3a^2 + h^2)$	$O = \pi \cdot (h^2 + 2a^2)$
Kugelausschnitt:	$V = \frac{2}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$	$O = \pi \cdot r \cdot (2h + a)$
Ring (Torus):	$V = 2\pi^2 \cdot r^2 \cdot R$	$O = 4\pi^2 \cdot r \cdot R$
Tetraeder (Kantenlänge a):	$V = \frac{a^3}{12}\sqrt{2}$	$O= a^2\sqrt{3}$
Okateder (Kantenlänge a):	$V = \frac{a^3}{3}\sqrt{2}$	$O = 2a^2\sqrt{3}$

Kugelabschnitt (-kappe) Kugelabschnitt (-sektor)

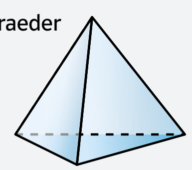


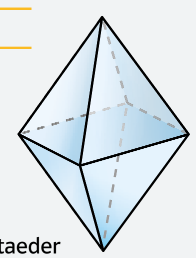
Ring (Torus)



Pythagoras in Figuren und Körpern
Mögliches Vorgehen zur Berechnung von Abständen in Figuren und Körpern:
1. Man fertigt eine Skizze an und beschriftet die gegebenen und gesuchten Streckenlängen.
2. Man sucht nach rechtwinkligen Dreiecken, zeichnet ggf. Hilfslinien ein und beschriftet auch diese.
3. Man wendet den Satz des Pythagoras (ggf. auch zweimal) an.

Tetraeder

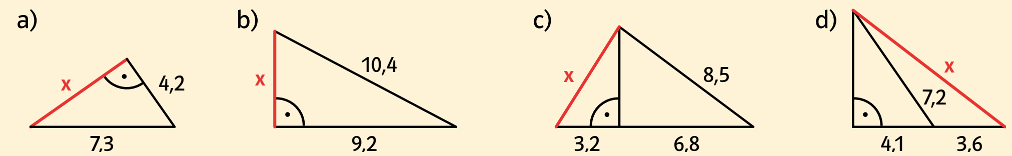




Oktaeder

Training

1 Berechne die Länge der Strecke x (Maße in cm).



2 Die Leichtathletikgruppe durchläuft zum Aufwärmen die vorgezeichnete Strecke auf dem Sportplatz fünfmal (vgl. Fig. 1). Wie viele Meter sind das, wenn der Platz 95 m lang und 65 m breit ist?

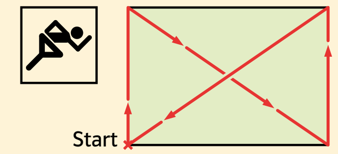


Fig. 1

3 a) Berechne die Höhe h und den Flächeninhalt des Dreiecks in Fig. 2.
b) Berechne die Höhe und den Flächeninhalt des Trapezes in Fig. 3.

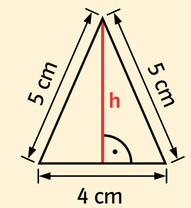


Fig. 2

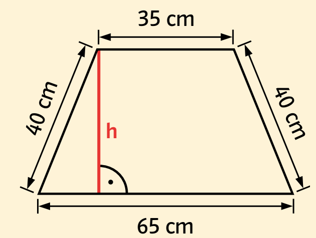


Fig. 3

4 Ein Kegel ist 5,6 cm hoch, seine Grundfläche hat den Flächeninhalt 20 cm².
a) Berechne das Volumen des Kegels.
b) Berechne die Oberfläche des Kegels.

5 Die Mitten der sechs Flächen eines Würfels mit Kantenlänge b = 10 cm werden miteinander verbunden. Es entsteht ein Oktaeder (vgl. Fig. 4).
a) Berechne die Kantenlänge des Oktaeders.
b) Berechne das Volumen und den Oberflächeninhalt des Oktaeders.
c) Berechne, wie viel Prozent des Würfelvolumens von dem Oktaeder eingenommen werden.

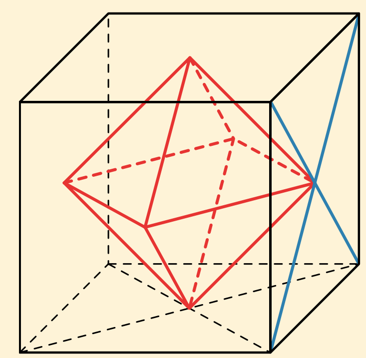


Fig. 4

6 In Fig. 5 ist ein Donut im Querschnitt gezeichnet. Er hat den großen Radius R = 6 cm und den kleinen Radius r = 2,5 cm. Welchen Durchmesser hätte eine Kugel mit der gleichen Teigmenge wie der Donut?

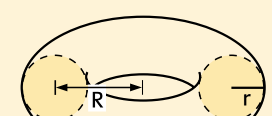


Fig. 5

7 Die Pyramide in Fig. 6 hat als Grundfläche ein regelmäßiges Sechseck. Jede Grundkante ist a = 4 cm, jede Seitenkante ist 10 cm lang.
a) Berechne die Höhe und das Volumen der Pyramide.
b) Berechne den Oberflächeninhalt der Pyramide.

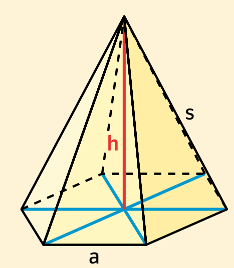


Fig. 6

Lösungen auf den Seiten 234–235.