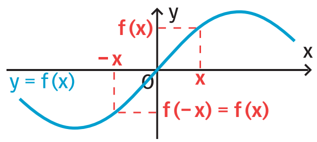
Symmetrie von Graphen

Symmetrie zum Koordinatenursprung

Der Graph einer Funktion f ist genau dann punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung, wenn $f(x) = -f(-x)$ für alle $x \in D_f$ gilt.

Eine solche Funktion f heißt **ungerade Funktion.**



Lineare Funktionen und Geraden

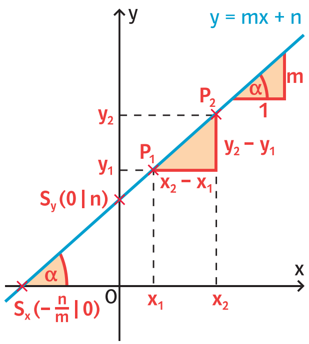
Lineare Funktion

Hauptform: $y = f(x) = mx + n$ $(m, n \in \mathbb{R};\ m \neq 0)$
$D_f = \mathbb{R}$, $W_f = \mathbb{R}$
Der Graph einer linearen Funktion ist eine **Gerade** mit der **Steigung** m und dem **y-Achsenabschnitt** n.

Steigung: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ $(x_1 \neq x_2)$

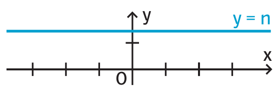
$m > 0$: steigende Gerade
$m < 0$: fallende Gerade
Steigungswinkel: α; $\tan(\alpha) = m$

Nullstellen: $x_0 = -\frac{n}{m}$



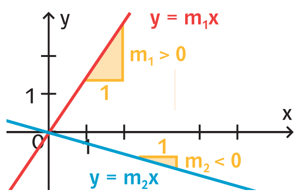
Konstante Funktion

$y = n$ $(n \in \mathbb{R})$
$D_f = \mathbb{R}$, $W_f = \{n\}$
Der Graph ist eine Parallele zur x-Achse.



Proportionale Funktion

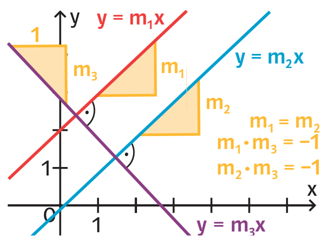
$y = mx$ $(m \neq 0)$
$D_f = \mathbb{R}$, $W_f = \mathbb{R}$
Der Graph einer proportionalen Funktion ist eine **Ursprungsgerade** mit der Steigung m.



Zueinander parallele und zueinander senkrechte Geraden

Zwei Geraden mit den Steigungen m_1 bzw. m_2 sind genau dann zueinander parallel, wenn $m_1 = m_2$ gilt.

Zwei Geraden mit den Steigungen m_1 bzw. m_2 sind genau dann zueinander senkrecht, wenn $m_1 \cdot m_2 = -1$ gilt.



Mathematik
Funktionen und ihre Graphen
M

Koordinatengleichungen von Geraden in der Ebene

konstante Funktion → S. 6
lineare Funktion

Allgemeine Form

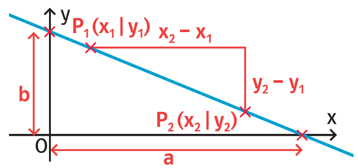
$ax + by + c = 0$ $(a, b, c \in \mathbb{R};\ a^2 + b^2 \neq 0)$
$a = 0$ und $b \neq 0$: konstante Funktion; Parallele zur x-Achse
$a \neq 0$ und $b = 0$: Parallele zur y-Achse
$a \neq 0$ und $b \neq 0$: lineare Funktion

Zwei-Punkte-Form

$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

Achsenabschnittsform

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ $(a \neq 0$ und $b \neq 0)$



Quadratische Funktionen und Parabeln

Allgemeine Form

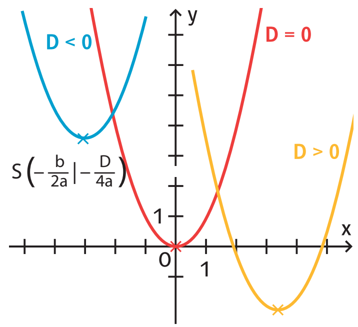
$y = f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a, b, c \in \mathbb{R};\ a \neq 0)$
Diskriminante: $D = b^2 - 4ac$

$D_f = \mathbb{R}$; $W_f = \left\{y \mid y \geq -\frac{D}{4a}\right\}$ für $a > 0$ bzw.
$W_f = \left\{y \mid y \leq -\frac{D}{4a}\right\}$ für $a < 0$

Scheitelpunkt: $S\left(-\frac{b}{2a} \middle| -\frac{D}{4a}\right)$.

Nullstellen: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ $(D \geq 0)$

Der Graph einer quadratischen Funktion ist eine Parabel.
$y = x^2$: **Normalparabel**



Normalform

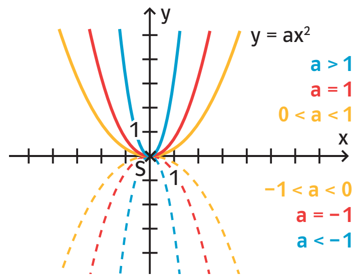
$y = f(x) = x^2 + px + q$ $(p, q \in \mathbb{R})$

Diskriminante: $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$

$D_f = \mathbb{R}$; $W_f = \{y \mid y \geq -D\}$

Scheitelpunkt: $S\left(-\frac{p}{2} \middle| -D\right)$

Nullstellen: $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ $(D \geq 0)$



Scheitelpunktform

$y = f(x) = a(x - d)^2 + e$

$(a, d, e \in \mathbb{R};\ a \neq 0)$

Nullstellen: $x_{1,2} = d \pm \sqrt{-\frac{e}{a}}$ $\left(\frac{e}{a} \geq 0\right)$

Scheitelpunkt: $S(d \mid e)$